CAIRN.INFO
MATIÈRES À RÉFLEXION

DE LA MÉTHODE D'OBSERVER EXACTEMENT SUR MER LA HAUTEUR DES ASTRES

Arnaud Mayrargue

Armand Colin | « Revue d'histoire des sciences »

2010/1 Tome 63 | pages 67 à 91

ISSN 0151-4105
ISBN 9782200926595
DOI 10.3917/rhs.631.0067

Article disponible en ligne à l'adresse :

https://www.cairn.info/revue-d-histoire-des-sciences-2010-1-page-67.htm

Distribution électronique Cairn.info pour Armand Colin.
© Armand Colin. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des astres

Arnaud MAYRARGUE *

Résumé : L'utilisation par Pierre Bouguer de l'analyse mathématique, que révèle l'étude critique de ce *Mémoire*, constitue une inflexion dans les modes d'explication du phénomène de réfraction astronomique qu'il étudie ici. On montrera l'influence des contextes scientifique et politique dans l'utilisation de la méthode analytique, et l'importance de ce traitement mathématique du point de vue des résultats obtenus, puisqu'il a permis de proposer des expressions théoriques de la réfraction astronomique, et de donner les tables de réfraction qui en découlent. On mettra ensuite en perspective les résultats obtenus par Bouguer.

Mots-clés : réfraction astronomique ; calcul différentiel et intégral ; Pierre Bouguer ; optique ; astronomie ; optique des corps en mouvement.

***Summary** : Pierre Bouguer's employment of infinitesimal calculus, which a critical study of this* Memoir *reveals, represented a shift in the manner of explaining the phenomenon of astronomical refraction. I shall show the influence of the scientific and political context on the application of the analytical method, and the importance of this mathematical treatment with respect to the results obtained, because it made it possible to offer theoretical expressions of astronomical refraction and to provide tables of refraction.*

***Keywords** : astronomical refraction ; infinitesimal calculus ; Pierre Bouguer ; optics ; astronomy ; optical aspect of bodies in movement.*

Introduction

En 1729, est publié à Paris « *De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des astres*, pièce qui a remporté le prix proposé par l'Académie royale des sciences pour l'année 1729.

* Arnaud Mayrargue, Université Paris-XII, IUFM, 12, rue Georges-Enesco, 94046 Créteil Cedex, et chercheur associé à l'équipe REHSEIS de l'UMR 7219 (CNRS - université Paris-VII).
E-mail : arnaud.mayrargue@univ-paris-diderot.fr

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Par M. Bouguer [1] ». Cet ouvrage est ainsi annoncé dans le *Journal des sçavans* de janvier 1730. Le sujet du prix était le suivant : « Quelle est la meilleure méthode d'observer les hauteurs sur Mer pour le Soleil et les Étoiles, soit par des Instruments déjà connus, soit par des Instruments de nouvelle invention [2] ? » En cette année 1729, Pierre Bouguer publie l'*Essai d'optique sur la gradation de la lumière*. Le *Journal des sçavans*, dans son numéro de février 1730, rend compte de cet ouvrage en soulignant la nouveauté de la recherche, « tant par les moyens et les expériences qu'il y employe, que par l'analyse, les calculs, et la Géométrie exacte dont il l'accompagne [3] ». Deux années auparavant, Bouguer a remporté un autre prix de l'Académie des sciences pour son ouvrage *De la mâture des vaisseaux*. Jean-Jacques Dortous de Mairan, qui a été rapporteur de ce prix [4], souligne, outre l'intérêt de ce travail, l'importance de l'utilisation du calcul différentiel dans une lettre en date du 20 avril 1727 adressée à l'abbé Jean-Paul Bignon, et publiée dans le numéro de juillet 1728 du *Journal des sçavans* [5]. On le voit, les différents commentateurs ont en commun de tous se référer à l'importance de l'utilisation de la méthode analytique et du calcul différentiel et intégral dans ces travaux de Bouguer.

La structure du *Mémoire* de Bouguer est révélatrice de ce choix, puisque ce dernier développe dans les vingt-deux paragraphes

1 - Pierre Bouguer, *De la méthode d'observer exactement sur mer la hauteur des astres* (Paris : Claude Joubert, 1729), pièce qui a remporté le prix proposé par l'Académie des sciences pour l'année 1729. On se référera par la suite à ce mémoire par le terme *Mémoire*.

2 - Registre des procès-verbaux de l'Académie des sciences, 14 mai 1727, t. 46. Le jury était composé de Jacques Cassini, dit Cassini II, Joseph Saurin, Jean-Jacques Dortous de Mairan (sous-directeur à cette date), François Nicole, et Jacques-Philippe Maraldi. Le registre des procès-verbaux du 27 avril 1729 indique : « La Pièce qui a reçu le Prix de cette Année est N° 9 […] elle est de M. Bouguer. Et celles qui ont paru dignes de concourir sont les pièces cotées N° 15 et 18. » Pour d'autres indications, cf. Gilles Maheu, Bibliographie de Pierre Bouguer (1698-1758), *Revue d'histoire des sciences*, XIX/3 (1966), 194 et 212.

3 - *Journal des sçavans*, février 1730, 68.

4 - Le sujet du prix était : « Quelle est la meilleure manière de mâter les vaisseaux, tant par rapport à la situation qu'au nombre et à la hauteur des mâts ? » Le jury avait la même composition que celle qu'il aura en 1729 (cf. Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 212). Le registre des procès-verbaux du 26 août 1727, t. 46, indique que « M. Bouguer voulant faire des additions à sa Pièce qui a remporté le Prix, et qui s'imprime, on a nommé pour les examiner Mes. de Mairan et Nicole ». Dortous de Mairan avait écrit en 1721 un mémoire intitulé « Remarque sur le jaugeage des navires », et également, en 1724, un autre mémoire sur le même sujet. Cf. l'article de Danielle Fauque dans ce numéro.

5 - *Journal des sçavans*, juillet 1728, 432-437.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

qui le constituent à la fois des raisonnements utilisant des méthodes classiques de la géométrie [6] et la méthode analytique relativement nouvelle. Bouguer fera une référence explicite, dans un mémoire de 1731 [7], à l'importance de l'utilisation du calcul analytique, dont on sait que son usage n'était pas encore le fait de tous les savants.

Pour comprendre la place prise par ce travail de Bouguer, il nous semble nécessaire de connaître le contexte dans lequel le *Mémoire* est présenté. Ces travaux sont publiés à un moment où se développent les liens entre astronomie et optique ; on voit également se poursuivre un essor dans l'utilisation de l'analyse dans une période politique singulière ; enfin la question de l'existence, ou non, d'une matière réfractive cause de la réfraction lumineuse est souvent discutée par les savants, et en particulier par Bouguer dans son texte. C'est ce contexte que nous nous proposons d'examiner ici, avant de procéder à l'analyse du *Mémoire*.

Contexte

Réfraction de la lumière et astronomie

On sait que le phénomène de réfraction astronomique, étudié ici par Bouguer, s'explique par le fait que la lumière issue d'un astre, en traversant une atmosphère de densité variable, est déviée de sa trajectoire rectiligne. Ainsi les astres sont-ils observés dans une position différente de leur position réelle. D'où la nécessité d'opérer une correction à l'aide de tables, plus ou moins importante selon le lieu, pour connaître la position vraie de chacun des astres observés. L'étude de ce phénomène, à laquelle s'étaient consacrés beaucoup plus anciennement Ibn al-Haytham, Roger Bacon, ou Tycho Brahé, est reprise par Bouguer à une période où les découvertes mettant en jeu à la fois les domaines de l'astronomie et de l'optique sont nombreuses.

6 - Ce point de vue de la géométrie sera d'ailleurs critiqué plus tard. On trouve une note de l'astronome Claude-Louis Mathieu à la fin de l'*Histoire de l'astronomie au* XVIII*e siècle* de Jean-Baptiste Delambre (Paris, 1827), qui dit : « La règle de Bouguer aurait sans doute été plus remarquée s'il l'avait débarrassée de considérations géométriques » (p. 779).

7 - Pierre Bouguer, Sur le mouvement curviligne des corps dans les milieux qui se meuvent, *Histoire de l'Académie royale des sciences pour l'année 1731, avec les mémoires de mathématique et de physique pour l'année 1731* (Paris, 1734), 391 (MARS par la suite).

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Cinquante ans auparavant, Olaus Rømer, en France, en observant l'émersion des satellites de Jupiter, avait déjà mis en évidence la finitude de la vitesse de la lumière. De 1725 à 1728, James Bradley, en Angleterre, reprend des observations astronomiques faites par Jean Picard en 1671 et constate des anomalies dont il parvient à rendre compte. Son texte est publié dans les *Philosophical transactions* de décembre 1728 [8].

Nous allons présenter ici le résultat de Bradley, intéressant parce que celui-ci travaille à la même époque, et dans le même domaine que Bouguer – au croisement de l'astronomie et de l'optique –, mais aussi parce qu'il est d'une facture très différente de celui de Bouguer, et qu'il permet donc de voir la singularité de la démarche de celui-ci, tant sur le fond que sur la forme. Bradley présente en effet ses travaux dans une lettre qu'il adresse à Edmond Halley et qui se caractérise par l'utilisation d'une expression narrative relatant les évènements avec suspense, sous la forme d'énigmes à résoudre. Il insiste sur sa curiosité, ses surprises, ses interrogations devant les observations qu'il fait. On voit se mettre en place des procédures expérimentales qu'on peut considérer comme étant pour une large part inspirées par les idées de Francis Bacon. Bradley prend soin d'indiquer l'importance qu'il y a à s'interroger sur des erreurs éventuelles à éviter, sur le soin qu'on doit apporter dans l'utilisation des instruments d'observation, ainsi que sur la nécessité de répéter les observations. On n'y trouve en revanche aucune référence aux procédures de la méthode analytique.

Dès le début de sa lettre, il précise que son projet initial était de déterminer des parallaxes de diverses étoiles fixes. La détermination de ces parallaxes était très intéressante pour les astronomes, puisqu'elle devait permettre d'évaluer les distances interstellaires. Il existait en outre un autre intérêt à cela, beaucoup moins « technique » celui-là, et finalement plus essentiel : la parallaxe devait

8 - James Bradley, A letter from the Reverend Mr. James Bradley Savilian professor of astronomy at Oxford, and F.R.S. to Dr. Edmond Halley astronom. reg. & c. giving an account of a new discovered motion of the fix'd stars, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, XXXV/406 (1729), 637-661. Pour une analyse détaillée, cf. Arnaud Mayrargue, « L'Aberration des étoiles, et l'éther de Fresnel (1729-1851) », thèse (univ. Paris-VII, 1991).

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

confirmer définitivement la théorie héliocentrique de Nicolas Copernic.

Pour mesurer cette parallaxe, on procédait ainsi : soient E, S, T, respectivement une étoile, le Soleil et la Terre ; α l'angle que font ET et ES (fig. 1).

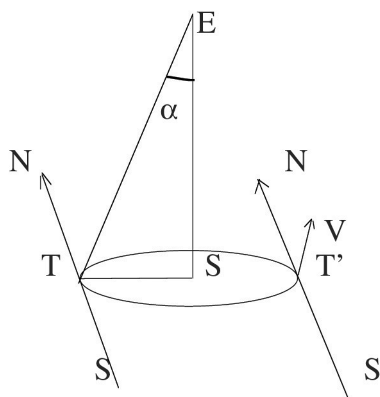


Fig. 1.

Il s'agissait de mesurer la valeur de l'angle α, qui représente la parallaxe, où T et T′ sont les positions que la Terre occupe à six mois d'intervalle. La connaissance de l'angle α permettait de connaître la distance SE de l'étoile, puisque SE = a / tg α, où a est la distance de la Terre au Soleil.

Bradley entreprend des observations pour détecter une éventuelle parallaxe et s'aperçoit d'une anomalie. Il existe bien un déplacement de l'étoile observée, mais pas dans la direction attendue lorsqu'on ne fait intervenir, comme c'était le cas, que les relations spatiales. Dans ce cadre, l'étoile devrait en effet se déplacer dans une direction contenue dans le plan TSE. Or, l'étoile paraît se déplacer dans le plan perpendiculaire au plan TSE.

Cette anomalie conduit Bradley à mettre en place ce que Francis Bacon avait appelé, dans le cadre de l'induction, la voie

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

négative [9]. Ainsi les instruments ne sont-ils pas en cause, puisque, précise Bradley, on peut repérer une grande régularité dans les observations [10]. La régularité de cette anomalie est d'ailleurs telle qu'elle permet de prévoir des phénomènes qui sont périodiques, et qui se déroulent conformément aux prévisions. Bradley élimine successivement d'autres causes telle la nutation. Il entame ensuite la procédure affirmative, et s'appuie sur le résultat des observations de Rømer, à savoir que la vitesse de la lumière est finie. Ce point de vue nouveau lui permet de rendre compte de ses observations en tenant compte à la fois du mouvement de révolution de la Terre et de la vitesse finie de la lumière : « Le phénomène était dû au mouvement progressif de la lumière et au mouvement annuel de la Terre sur son orbite [11]. »

Bradley rend donc compte de ce phénomène périodique, appelé aberration des étoiles fixes, important notamment parce qu'il préfigure le développement de l'optique des corps en mouvement, en faisant appel à la fois à l'astronomie et à l'optique. Sa démarche, qui se fonde sur l'utilisation de raisonnements inductifs, est donc plutôt influencée par les idées de Francis Bacon [12]. En cela, sa démarche se distingue de celle qu'utilise Bouguer au même moment lorsqu'il étudie la réfraction astronomique. De plus, nous verrons plus loin que, s'il parvient à cet important résultat, il ne parvient pas en revanche, comme Alexis Clairaut le lui reprochera, à en énoncer les conclusions qui auraient permis une utilisation pratique. Cette impossibilité de Bradley d'aller plus profondément dans l'élaboration de résultats permettant une utilisation pratique de sa découverte trouve probablement son explication dans le fait qu'il n'utilise pas la méthode analytique.

9 - Francis Bacon, *Novum organum*, introd., trad. et notes par Michel Malherbe et Jean-Marie Pousseur (Paris : PUF, 1986). La voie négative, nous dit Bacon dans l'aphorisme 105 du livre I, « doit entreprendre de séparer la nature, par les rejets et les exclusions obligées ».

10 - Stefen Peter Rigaud reprendra l'expression baconienne d'*instancia crucis*, ou expérience cruciale. Cf. *Miscellaneous works and correspondence of James Bradley*, ed. by Stefen Peter Rigaud (New York – London : Johnson reprint corporation, 1972), XX.

11 - Bradley, art. cit. *in* n. 8, 646.

12 - Cf. Arnaud Mayrargue, À propos de la découverte du phénomène d'aberration des étoiles par James Bradley en 1729 : Lenteur et difficulté des échanges entre savants anglais et français, in *Échanges franco-britanniques entre savants depuis le XVII*[e] *siècle*, *Les Cahiers de logique et d'épistémologie*, n° 7 (mars 2010) (http : //www.collegepublications.co.uk/cahiers/?00007).

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Le développement de l'analyse

La méthode analytique, élaborée vraisemblablement de manière indépendante par Isaac Newton dans les *Principia* [13] et Gottfried Wilhelm Leibniz dans les *Acta eruditorum* [14] à la fin du XVIIe siècle, a suscité chez les savants des réactions diverses. On sait que la question de son utilisation en France a ainsi été à l'origine d'un conflit au tournant du XVIIIe siècle à l'Académie des sciences, dont les membres étaient pour le moins divisés, voire opposés sur cette question. Avec Philippe de La Hire, l'abbé Bignon, président de l'Académie, Jean Gallois, ou Michel Rolle, s'est constituée une forte opposition à la diffusion de la nouvelle méthode en France, malgré l'enthousiasme d'académiciens tels Guillaume de L'Hospital, marquis de Sainte-Mesme, et Pierre Varignon, qui s'étaient initiés aux méthodes proposées par Leibniz [15]. Varignon écrira ainsi à Jean Bernoulli le 6 août 1697 :

> « M. le marquis de L'Hospital est encore à la campagne de sorte que je me trouve seul ici chargé de la défense des infiniment petits, dont je suis le vrai martyr tant j'ai déjà soutenu d'assauts pour eux contre certains mathématiciens du vieux style, qui chagrins de voir que par ce calcul les jeunes gens les attrapent et même les passent, font tout ce qu'ils peuvent pour les décrier, sans qu'on puisse obtenir d'eux d'écrire contre ; il est pourtant vrai que depuis la solution que M. le marquis de L'Hospital a donnée de votre problème de *linea celerrimi descensus* ils ne parlent plus tant ni si haut qu'auparavant [16]. »

Sa diffusion a néanmoins été rendue possible par la parution de quelques ouvrages, tel celui du père Charles-René Reyneau, qui publie en 1708 *L'Analyse démontrée* [17]. C'est

13 - Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Londres, 1687), 2e éd. (1713), 3e éd. (1726).

14 - Gottfried Wilhelm Leibniz, Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur et singulare pro illis calculi genus, Acta eruditorum (octobre 1684), trad. Marc Parmentier, in *G. W. Leibniz : Naissance du calcul différentiel* (Paris : Vrin, 1989).

15 - Michel Blay, *La Naissance de la mécanique analytique : La science du mouvement au tournant des* XVIIe *et* XVIIIe *siècles* (Paris : PUF, 1992) ; Jeanne Peiffer, Du bon usage des correspondances : Le problème de la Brachystochrone à l'Académie, *in* Éric Brian, Christiane Demeulenaere-Douyère, *Histoire et mémoire de l'Académie des sciences : Guide de recherches* (Paris : Tec & Doc, 1996), 374-375.

16 - Pierre Varignon, *in* Michel Blay, *La Naissance de la science classique au XVIIe siècle* (Paris : Nathan Université, 1999).

17 - Charles-René Reyneau, *L'Analyse démontrée* (Paris : J. Quilliau, 1708), 2 tomes.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

d'ailleurs probablement grâce à Reyneau que Bouguer s'initie au calcul différentiel et intégral [18].

Le milieu scientifique anglais semble également avoir connu des réserves de ce type, puisqu'on retrouve, même dans les années 1730, des réticences quant à l'utilisation de la méthode analytique, notamment chez les astronomes travaillant à la localisation précise des astres. On trouvera trace de ces choix des savants à la fois dans l'organisation de leurs travaux, et dans la portée de leurs résultats, ce que ne manqueront pas d'ailleurs de remarquer les tenants de la nouvelle méthode. Les travaux de Bouguer de 1729 [19], ou de Brook Taylor [20] qui l'avait précédé en 1715, en témoignent. Ceux de Clairaut également, puisque ce dernier, en 1737 [21], puis en 1746 [22], dans deux mémoires lus à l'Académie, critiquait précisément les travaux de Bradley dont on a précédemment parlé, en se démarquant de la démarche utilisée par ce dernier, et en soulignant l'importance de l'utilisation de l'analyse.

> « J'ai cru que l'Académie approuverait le but que je me propose, d'éclaircir cette Théorie dans le Mémoire que je donne actuellement. Je démontre les Méthodes dont M. Bradley n'a donné que les résultats, […] j'y joins plusieurs recherches nouvelles sur la même matière. J'ai trouvé deux solutions, l'une par l'Analyse, l'autre par la Synthèse ; je les ai séparées, afin que ceux qui n'en voudront lire qu'une, puissent passer l'autre [23]. »

Clairaut se réfère également à un mémoire sur le même sujet, de Gabriele Manfredi, et avance un argument de simplicité pour revendiquer ses propres résultats et l'utilisation de l'analyse : « Je crois que [mes règles] paroîtront beaucoup plus simples & plus exactes pour la Pratique [24]. »

18 - Cf. Danielle Fauque, Du bon usage de l'éloge : Cas de celui de Pierre Bouguer, *Revue d'histoire des sciences*, LIV/3 (2001), 364.

19 - Cette remarque concerne tout autant le *Mémoire* que l'*Essai d'optique sur la gradation de la lumière* de 1729.

20 - Brook Taylor, *Methodus incrementorum directa & inversa* (Londini, 1715).

21 - Alexis Clairaut, De l'aberration apparente des étoiles, causée par le mouvement progressif de la lumière, *MARS* 1737 (1740), 205-226.

22 - Id., De l'aberration de la lumière des planètes, des comètes & des satellites, *MARS* 1746 (1751), 539-568.

23 - Id., art. cit. *in* n. 21, 206.

24 - *Ibid.*, 207.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Nous avons ici souligné les tensions qui ont pu naître entre scientifiques du fait de leur choix en faveur de l'analyse, ou non. On ne peut pas pour autant en conclure à une unité de point de vue de ceux-ci. Ainsi remarque-t-on que, si Taylor, évoqué plus haut, utilise la méthode analytique tout comme Bouguer, son style est différent. Ses références sont l'analyse newtonienne, tant dans les notations qu'il utilise que dans ses références nombreuses aux *Principia*, ainsi que par l'utilisation fréquente et centrale de l'attraction newtonienne lorsque, dans la proposition XXVI de son ouvrage, il étudie la variation de la densité de l'atmosphère [25], puis la réfraction astronomique [26]. Là où Bouguer parlera de mouvement de la lumière, Taylor raisonnera en terme de « *vis gravitatis* [27] ». Celui-ci en appellera à Newton, pendant que celui-là, dès le début de son mémoire, fera part de ses réserves quant aux choix de Newton dans le mode d'étude du phénomène [28] et se référera à Leibniz.

La réception de l'analyse à l'Académie

Il faut, dans cette analyse contextuelle, également prendre en compte l'influence de la situation politique. Les travaux concernant l'analyse commencent à être connus en France, à un moment ou l'Académie se trouve, après la réforme de 1699, dans une période de déclin [29]. Le nombre de ses membres évolue sensiblement ; entre 1699 et 1720, la baisse est de 24 %, et la cause probable se trouve dans la difficulté à remplacer la première génération d'académiciens [30]. Les institutions sem-

25 - Cf. Taylor, *op. cit. in* n. 20, 103.

26 - *Ibid.*, 105.

27 - *Ibid.*, 103. On connaît d'ailleurs les réserves de certains scientifiques français vis-à-vis de ce qu'Étienne-François Geoffroy appelle, dans une lettre adressée à Hans Sloane en 1715, les forces occultes : « On a bien de la peine à s'accoutumer au terme d'attraction, qui semble nous ramener aux qualités occultes. » (Hans Sloane, British Museum, mss 4044, f. 30 ; cité par Isaac Bernard Cohen, Isaac Newton, Hans Sloane and the Académie royale des sciences, in *Mélanges Alexandre Koyré, I : L'Aventure de la science* (Paris, 1964), t. I, 100.)

28 - Il est intéressant d'observer ces points de vue différents à la lumière de l'analyse critique que Jean Le Rond D'Alembert fera des idées de Newton : « J'ai, pour ainsi dire, détourné la vûe de dessus les *causes motrices*, pour n'envisager que le Mouvement qu'elles produisent ; […] j'ai entièrement proscrit les forces inhérentes aux Corps en Mouvement, êtres obscurs et Métaphysiques. » (*Traité de dynamique* (Paris, 1758), rééd. (Paris : Jacques Gabay, 1990), XVII.)

29 - Cf. à ce sujet l'analyse intéressante de John L. Greenberg, Mathematical physics in eighteenth century France, *Isis*, LXXVII/1 (1986), 59-78.

30 - James E. McClellan, The Académie royale des sciences, 1699-1793 : A statistical portrait, *Isis*, LXXII/4 (1981), 552.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

blent continuer, au début du XVIII[e] siècle, à faire preuve d'un certain ostracisme à l'égard des scientifiques qui travaillent dans cette nouvelle perspective [31]. Les recherches s'appuyant sur l'analyse infinitésimale sont en effet rares. La situation est cependant contrastée, puisque, dans le même temps, les travaux de Leibniz et de Bernoulli suscitent de nombreux débats. Des ouvrages sur le sujet sont publiés par L'Hospital (1696), Louis Carré (1700), Reyneau (1702). Varignon, au cours de la lecture, en juin 1716, d'un mémoire sur les différentes densités de l'air, utilise le calcul différentiel et intégral [32]. La situation évolue vers la seconde partie des années 1720, et Bouguer, qui travaille sur la réfraction astronomique depuis 1727 – année, selon lui, de l'écriture de la première version de l'*Essai d'optique sur la gradation de la lumière*, qui sera publié en 1729 [33] –, remporte le prix que propose l'Académie, dans un contexte différent, puisqu'on observe un intérêt croissant pour le calcul infinitésimal [34], et plus généralement pour les mathématiques [35]. Cette situation politique évolue également dans les relations que les scientifiques français entretiennent avec leurs homologues anglais ou allemands. On sait ainsi que Pierre-Louis Moreau de Maupertuis commence, après son élection à la Royal Society (1728), et ensuite sa rencontre à Bâle (1729) avec Jean Bernoulli, à jouer un rôle dans la diffusion du calcul infinitésimal en France [36].

31 - Cf. Greenberg, art. cit. *in* n. 29, 62 ; cf. également Blay, *op. cit. in* n. 15 ; Michel Paty, Les recherches actuelles sur D'Alembert : À propos de l'édition de ses *Œuvres complètes*, *in* Alain Michel et Michel Paty (éd.), *Analyse et dynamique : Études sur l'œuvre de D'Alembert* (Québec : Presses de l'université de Laval, 2002).

32 - Il se réfère, fait exceptionnel, à l'importance des travaux de Taylor de 1715 : « Depuis cet écrit fait, M. Brook Taylor m'ayant donné au mois de Juin ou Juillet 1715 son livre de *Methodo Incrementorum directa & inversa*, tout récemment imprimé, j'y ai trouvé (prop. 26, page 103) qu'il avait aussi résolu le problème du précédent corol. 9 pour le cas des pesanteurs en raison réciproque des quarrés des distances au centre de la Terre & des densités en raison directe des pressions. » (Pierre Varignon, Rapports des différentes densités de l'air, *MARS* 1716 (1718), 135.) Dans ce même mémoire, Varignon donne une méthode géométrique pour construire la courbe représentant la variation de la densité avec la hauteur, à partir de l'équation différentielle ; on trouvera une démarche semblable dans le *Mémoire* de Bouguer.

33 - Jean-Louis Morère, La photométrie : Les sources de l'*Essai d'optique sur la gradation de la lumière* de Pierre Bouguer, 1729, *Revue d'histoire des sciences*, XVIII/4 (1965), 337-384.

34 - Cf. Greenberg, art. cit. *in* n. 29, 67.

35 - Cf. McClellan, art. cit. *in* n. 30, 560.

36 - Archives de l'Académie des sciences, fonds Pierre-Louis Moreau de Maupertuis.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Matière réfractive et réfraction lumineuse

Bouguer s'interroge à plusieurs reprises dans son *Mémoire* [37], ainsi que dans l'*Essai d'optique sur la gradation de la lumière* quant à l'existence ou non d'une « matière réfractive ». Existe-t-il une « matière réfractive » différente de la « matière pesante » qui soit cause de la réfraction lumineuse ? La Hire avait déjà souligné en 1700 l'importance de cette question :

> « Il y a une remarque à faire, laquelle est fort considérable, que la partie de l'air qui cause les Réfractions, n'a point de rapport avec celle qui fait la pesanteur, puisqu'il arrive à Stockholm et à Paris les mêmes changements de mercure dans le tuyau du baromètre, & qu'on y a aussi observé les mêmes hauteurs à très-peu-près [38]. »

On pourrait conclure, mais La Hire ne le fait pas, que la matière pesante est la même pour des réfractions différentes, et donc que la matière réfractive ne peut être confondue avec la matière pesante.

Jean-Dominique Cassini (dit Cassini I) évoque aussi, en 1700, l'existence de l'« air réfractif [39] » sans le définir. Cependant, les tables des mémoires présenteront le mémoire de 1706 [40] ainsi :

> « Il semblerait de même que la réfraction d'un astre vu au travers d'un nuage devrait être plus grande. Elle ne l'est pourtant pas, & c'est ce que M. Cassini & le P. Laval ont observé plusieurs fois.

37 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, paragr. XL, XLII, et XLVI. Arnaud Mayrargue, Air, lumière, et matière réfractive, *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 44 (2009), 47-60.

38 - Philippe de La Hire, Remarques sur les observations des réfractions, *MARS* 1700 (1761), 38. On peut cependant remarquer que cette question n'est pas discutée, ni même évoquée, dans la partie historique des comptes-rendus de l'Académie pour l'année 1700 intitulée « Sur les réfractions » ; tout au plus s'interroge-t-on sur le fait de savoir si la réfraction atmosphérique se fait au passage de la matière « éthérée » à l'atmosphère, ou au passage d'une couche supérieure de l'atmosphère à une couche immédiatement inférieure qui serait plus dense (*Histoire de l'Académie royale des sciences pour l'année 1700, avec les mémoires de mathématique et de physique*, partie histoire (Paris, 1761), 116 (*HARS* par la suite) ; Sur la courbe que décrivent les rayons de la lumière, *HARS* 1702 (1743), 54-55).

39 - Jean-Dominique Cassini, dit Cassini I, Réflexions sur les observations faites en Botnie, *MARS* 1700 (1761), 46 ; cf. Anna Cassini, Jean-Louis Heudier, Gio-Domenico Cassini, 1625-1712 : Une vie bien remplie, *Nice historique*, CVII/3 (2004).

40 - Jean-Dominique Cassini, Réflexions sur les observations envoyées à Monsieur le comte Pontchartrain par le père Laval, *MARS* 1706 (1731), 78-82.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

> De là M. Cassini conjecture qu'il pourrait y avoir dans l'air une *matière réfractive* différente de l'air [41]. »

Cette conjecture se retrouve en 1714 lors d'études de Jacques Cassini sur la réfraction astronomique [42]. Il trouve en effet que la hauteur de la matière réfractive est différente de celle de l'atmosphère, et qu'on ne peut en conséquence identifier les deux :

> « Cette hauteur de 2 000 toises, qui n'est pas d'une lieue, est beaucoup plus petite que celle de 6 lieues 1/2 que donnent à l'atmosphère ceux qui lui donnent le moins, comme Messieurs Cassini et Maraldi [...]. L'atmosphère ne serait donc réfractive que dans une petite partie de son étendue, & dans ses couches les plus basses, ou, si l'on veut, la matière réfractive seroit différente de l'atmosphère [43]. »

Comme nous l'avons indiqué plus haut, on sait que cette question est également source d'intérêt pour les scientifiques anglais. Taylor fera des recherches sur la question de la densité de l'air dans l'atmosphère en 1715 en s'inspirant des travaux de Newton sur la méthode des fluxions : « *I apply'd my self to consider throughly the Nature of the method of Fluxions, which has justly been the Occasion of so much glory to the great Inventor Sir Isaac Newton our more worthly President* [44]. » Partant de l'hypothèse que « la densité de l'air est proportionnelle à la pression. C'est ce que l'expérience confirme [45] » et des lois newtoniennes de la gravitation, il trouvera que la pression décroît de manière logarithmique avec la hauteur de l'atmosphère ; d'où il s'ensuit que l'atmosphère serait étendue à l'infini. Cela pose évidemment question, puisque, comme cela est souligné par Clifford Amrose Trussdell : « *If the atmosphere of the earth extends far enough that heavenly bodies encounter it, the success of the system of the world calculated by the theory of motions in vacuo becomes puzzling* [46]. » D'où la conclusion paradoxale de Taylor : « L'atmosphère [...] est contenue dans

41 - Jean-Dominique Cassini, Sur les réfractions, *HARS* 1706 (1731), 103.
42 - Jacques Cassini, Des réfractions astronomiques, *MARS* 1714 (1717), 33-52.
43 - Id., Sur les réfractions astronomiques, *HARS* 1714 (1717), 65.
44 - Taylor, *op. cit. in* n. 20 ; cf. Lenore Feigenbaum, Taylor and the method of increments, *Archives for history of exact sciences*, XXXIV/1-2 (1985), 10.
45 - Id., *op. cit. in* n. 20, proposition XXV, hypothèse I, 102.
46 - Clifford A. Truesdell, Editor's introduction : Rational fluid mechanics, 1687-1765, in *Leonhardi Euleri opera omnia*, II/12 (Zürich, 1954), XVI ; Taylor, *op. cit. in* n. 20, proposition XXVI, 105.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

des limites finies, et peut-être celles-ci sont-elles assez petites [47]. »

Bouguer, dans le *Mémoire* étudié ici, remarque que si l'on suppose que le rapport des dilatations de l'air entre deux couches considérées est proportionnel aux sinus d'incidence et de réfraction, alors :

> « […] un raïon de lumière qui serait d'abord horizontal, devrait se rompre si considérablement dans l'Atmosphère, qu'il deviendrait presque vertical, avant de parvenir jusqu'à nous [48]. »

Pour cette raison, il semblerait préférable de découpler atmosphère et matière réfractive. Mais il opte pour une autre hypothèse, à savoir considérer que le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction est proportionnel « à quelque puissance ou à quelque fraction de ces dilatations [49] ». La suite du *Mémoire* sera fondée sur cette hypothèse et consacrée à la recherche de la valeur de cette puissance. Bouguer évoque cette question à plusieurs reprises également dans son ouvrage *Essai d'optique sur la gradation de la lumière* (1729) à la section II, I, au chapitre « De la manière dont la lumière passe au travers des corps » ; il discute l'hypothèse d'un mode de transmission de la lumière par l'éther, qui est considéré comme un fluide remplissant les pores des corps diaphanes. Cette vue des choses, partagée communément et qui n'est pas sans difficulté, pose la question des rapports entre éther et matière. Un rayon de lumière peut rencontrer de la matière. Bouguer suppose alors qu'il exerce une pression sur le grain de matière ; ce dernier est alors le vecteur, à condition de supposer que les grains de matière ne soient pas durs, de la transmission à l'éther qui se trouve au-delà du grain de matière considéré. Pour cela, il est nécessaire de reprendre « le sentiment du P. Malebranche sur la dureté des corps, que les parties grossières doivent transmettre la pression des rayons de lumière qui les rencontrent [50] ». C'est en effet cette conception de la matière que Nicolas Malebranche expose à la fois dans *De la recherche de*

47 - Taylor, *op. cit. in* n. 20, 105.
48 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 47, paragr. XLVI.
49 - *Ibid.*, 48, paragr. XLVI. Cette hypothèse est déjà envisagée par Varignon dans son mémoire de 1716.
50 - Pierre Bouguer, *Essai d'optique sur la gradation de la lumière* (Paris : Joubert, 1729), 36.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

la vérité [51], puis dans un mémoire sur les « Réflexions sur la lumière et les couleurs [52] » : l'espace est plein, à la manière de René Descartes ; la matière subtile est infiniment comprimée, mais, à la différence de Descartes, les boules de son second élément [53] laissent place à des « boules très-molles », ou plutôt à de petits tourbillons, qui n'ont « de dureté que par la compression de la matière qui les environne [54] ». Cette conception d'une matière subtile, dont la dureté est due à la compression, et non à sa constitution, et dont dans le même temps, « toutes les parties […] sont très-fluides [55] », lui permet de rendre compte de l'existence des différentes couleurs. Elles s'expliquent par

> « le plus & le moins de promptitude dans les vibrations du nerf optique […], laquelle change les espèces des couleurs ; & par conséquent la cause de ces sensations vient primitivement des *vibrations plus ou moins promptes de la matière subtile* qui comprime la rétine [56] ».

Par ce modèle, Malebranche peut également expliquer comment la lumière et les couleurs peuvent se transmettre lorsque les rayons se croisent.

S'appuyant ainsi sur ce point de vue de Malebranche, Bouguer poursuit son analyse en affirmant que « le rayon ayant traversé ainsi le grain de matière 1, traversera de la même manière le grain de matière 2, et continuera ensuite son chemin en ligne droite [57] ». Il reprend le cours de sa réflexion sur le sujet à la section V, II, au chapitre « De la transparence de l'atmosphère » :

> « Il est certain que la réfraction astronomique est trop petite, pour que le rapport des sinus d'incidence & de réfraction soit conforme à celui des densités de l'air. La réfraction suit certainement un autre rapport ; & peut-être aussi qu'elle est causée par une

51 - Nicolas Malebranche, *De la recherche de la vérité* (1674), rééd. (Paris : Vrin, 1976).
52 - Id., Réflexions sur la lumière et les couleurs, *MARS* 1699 (1732), 22-36.
53 - Cf. René Descartes, *Le Monde ou le traité de la lumière* (1664-1666), rééd. (Paris : Vrin, 1996), 24-25 et 100. Les boules du second élément servent, selon Descartes, à transmettre la lumière.
54 - Malebranche, art. cit. *in* n. 52, 22.
55 - Id., *op. cit. in* n. 51, 261.
56 - *Ibid.*, 260.
57 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 37.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

> matière particulière répandue dans l'Atmosphère, comme l'ont déjà soupçonné quelques Auteurs [58]. »

De Mairan poursuit en 1731 [59] la réflexion, notamment celle de La Hire, en s'interrogeant sur la composition de l'atmosphère qui, probablement, ne contient pas que de l'air, mais d'autres « parties de différente figure & de différente grosseur [60] », telles que les corpuscules de lumière. Le baromètre, fort utilisé, ne peut, contrairement à ce qu'Edme Mariotte pensait,

> « représenter la hauteur réelle de l'Atmosphère Terrestre, ni jusqu'où elle est capable de produire des effets sensibles ; & rien de connu jusqu'ici ne saurait assigner des bornes à cette hauteur [61] ».

Il dissocie donc l'atmosphère qui est, remarque-t-il, « plus étendue, & plus élevée vers l'Équateur & au-dessus de la Zone Torride, que hors des Tropiques & sous les Poles [62] », et ce que le baromètre mesure, c'est-à-dire « cette partie de l'Atmosphère du poids de laquelle il est la mesure [qui est] plus dense dans les Pays voisins du Pole, que dans les Zones Tempérées & Torrides [63] ».

Le Mémoire

On voit s'exprimer dans ce *Mémoire* nombre d'idées initiées par Leibniz, L'Hospital, et Reyneau. Cela est d'autant plus remarquable que les travaux portant sur la réfraction astronomique à cette époque s'inscrivent plus communément dans la continuation de ceux de La Hire, Jacques Cassini, ou Jacques-Philippe

58 - Bouguer*, op. cit. in*. n. 1*,* 51. Pour ce qui concerne la matière réfractive, on peut penser que Bouguer se réfère ici encore à Malebranche, voire à Descartes. Quant au mode de variation de la densité, on sait que cette question avait été également discutée par Jacques Cassini, ce qui sera d'ailleurs souligné aussi dans l'encyclopédie d'Ephraïm Chambers, *Cyclopaedia, or an universal dictionary of arts and sciences* (London, 1728).

59 - Jean-Jacques Dortous de Mairan, *Traité physique et historique de l'aurore boréale*, suite des *Mémoires de l'Académie royale des sciences*, 1731 (Paris : Imprimerie impériale, 1733), section II, chap. I « Des moyens qu'on a employés jusqu'ici, pour connaître la hauteur de l'Atmosphère Terrestre ».

60 - *Ibid.*, chap. II « Que le Baromètre ne nous indique point le véritable poids de l'Atmosphère, ni par conséquent sa hauteur ».

61 - *Ibid.*, 50.

62 - Ibid.

63 - *Ibid.*, 50-51.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Maraldi, auxquels Bouguer se réfère ; parce qu'ils ont ignoré les développements de l'analyse tant leibnizienne que newtonienne, leur style s'en distingue. Outre l'utilisation fréquente des équations différentielles dans les calculs, Bouguer s'attache par exemple à fonder ses raisonnements à l'aide des méthodes des séries, des retours des suites, et du triangle caractéristique, pour établir les tables des réfractions astronomiques. Cette pratique mathématique particulière nous incite à placer Bouguer dans la filiation de savants qui se sont approprié les résultats de l'analyse mathématique newtonienne ou leibnizienne, tels Taylor en Angleterre ou Varignon en France. C'est ce que nous allons examiner ici.

Quelle est la trajectoire suivie par la lumière issue d'un astre lors de son observation depuis la Terre ? Telle est la question à laquelle Bouguer tente de répondre ici en voulant établir l'équation de la courbe correspondante. Cela suppose également de s'interroger, comme nous l'avons vu précédemment, sur la composition de la matière réfractrive ; question ancienne donc, dont on peut trouver trace à de multiples reprises, et qui établit un lien avec une éventuelle variation de la densité. Ainsi, dans l'*Histoire de l'Académie royale des sciences pour l'année 1714* (Paris, 1717), volume déjà évoqué, qui présente un mémoire de Jacques Cassini sur la question, est-il écrit :

> « Il est possible que la matière réfractive soit uniforme & homogène, mais il y a plus d'apparence que sa densité est inégale, & augmente toujours en approchant de la Terre, & alors le rayon rompu décrit une Courbe, & la ligne par laquelle nous voyons l'astre est une tangente à cette Courbe. Mais quelle est-elle [64] ? »

Bouguer établit dans un lemme une relation quantitative, qui sera utilisée par la suite à plusieurs reprises, entre la courbe des dilatations et la solaire, cette dernière représentant pour lui la trajectoire de la lumière dans l'atmosphère. Par une utilisation des infiniment petits et du calcul différentiel et intégral, et en considérant donc des portions très petites de chacune de ces courbes, ce lemme ainsi établi lui permet, au paragraphe XLIII, de construire une courbe, la solaire NPA, à partir d'une autre, la courbe des dilatations IGB, en s'appuyant sur la connais-

64 - Cf. Jacques Cassini, art. cit. *in* n. 43, 65.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

sance de la relation entre les deux courbes, et réciproquement (fig. 2). C'est la même méthode, féconde, qui avait déjà été utilisée par Varignon en 1716 dans un mémoire sur les variations de la densité de l'air [65].

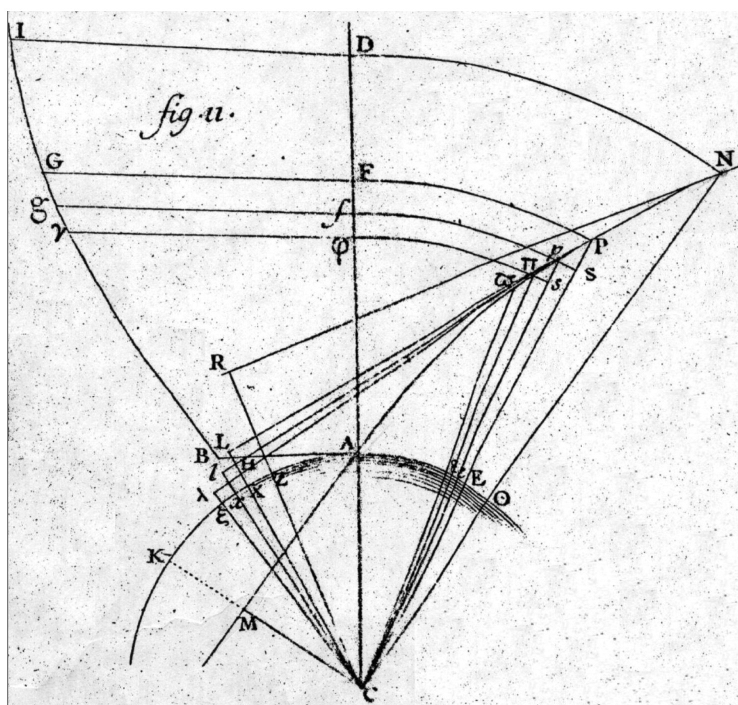


Fig. 2.

La connaissance supposée de la solaire conduit Bouguer à s'interroger sur les lois possibles de variation de la dilatation : les dilatations sont-elles proportionnelles aux distances au centre de la Terre ? La solaire serait alors représentée, comme Bouguer l'étudiera plus loin au paragraphe XLIX, par une courbe logarithmique. Ou sont-elles comme les ordonnées d'une hyperbole ? La solaire serait alors représentée par une épicycloïde, comme La Hire le pensait [66].

65 - Varignon, art. cit. *in* n. 32, 107 *sq*.

66 - Philippe de La Hire, Suite de l'examen de la ligne courbe, que décrivent les rayons de lumière en traversant l'atmosphère, *HARS* 1702 (1743), 182-187.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Bouguer s'appuie par ailleurs sur l'idée introduite par Leibniz dans son formalisme, et reprise ensuite par le marquis de L'Hospital [67] et le père Reyneau [68], de « triangle caractéristique », ou différentiel, qui lui permet alors (paragraphe XLIV) de caractériser des quantités infiniment petites. On sait que Leibniz, dans son article de 1684 [69], avait établi une relation de proportionnalité entre des quantités finies et des quantités infiniment petites à l'aide de triangles semblables, après avoir établi « l'Algorithme de ce calcul, qu['il] nomme différentiel [70] ». Il avait formalisé cette idée en 1686 : « J'imaginais [...] pour toutes les courbes, un triangle que j'appelais caractéristique, dont les côtés fussent indivisibles (ou, pour parler mieux, infiniment petits), c'est-à-dire des quantités différentielles [71] », et le marquis de L'Hospital l'avait reprise dès le début de la seconde section de son ouvrage [72]. Bouguer procède de même, et peut alors, par des considérations géométriques sur des triangles semblables, établir l'équation différentielle de la solaire, à partir de laquelle il est possible, nous dit-il, de « construire aisément la solaire [...] pourvu qu'on suppose connue la quadrature des courbes [73] ». Il s'agit donc d'obtenir ensuite, par intégration, l'équation de la solaire. Pour que le phénomène de réfraction astronomique soit décrit dans son intégralité, il introduit finalement « la quantité de la réfraction astronomique, ou la quantité dont [les] rayons se courbent depuis leur entrée dans l'Atmosphère jusqu'à nous [74] », et en donne l'équation différentielle.

La recherche d'une loi de variation de la dilatation, cohérente avec les observations, le conduit également à s'interroger sur les causes de la réfraction lumineuse. Est-elle directement liée au milieu que la lumière traverse, ou faut-il plutôt envisager l'existence d'une substance spécifique, la matière réfractive, en tant que cause de la réfraction ? Bouguer finalement ne choisit pas, mais propose, après Varignon [75], une hypothèse concer-

67 - Guillaume-François-Antoine, marquis de L'Hospital, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Paris : Imprimerie royale, 1696).
68 - Cf. Reyneau, *op. cit. in* n. 17.
69 - Leibniz, *op. cit. in* n. 14, 102-103.
70 - *Ibid.*, 110.
71 - *Ibid.*, 111.
72 - L'Hospital, *op. cit. in* n. 67, 11.
73 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, paragraphe XLIV, 45.
74 - *Ibid.*, 46.
75 - Varignon, art. cit. *in* n. 32, 115.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

nant la variation de la densité : les dilatations sont proportionnelles à une puissance *m* de la hauteur considérée. Cette hypothèse lui permet d'écrire les expressions générales des équations différentielles de la solaire et de la réfraction astronomique. Il utilise pour cela un autre formalisme du calcul intégral en utilisant à nouveau l'idée de triangle caractéristique, et en effectuant la rectification d'un arc de cercle judicieusement choisi. Il peut ainsi déterminer la valeur des intégrales des équations différentielles précédentes, et parvenir à une propriété remarquablement simple de la valeur de la réfraction astronomique [76]. Si un rayon de lumière issu de l'astre observé pénètre dans l'atmosphère en un point N, et parvient à un observateur A en décrivant la courbe NPA nommée solaire, alors la réfraction est proportionnelle à l'arc AE limité par les droites CA et CP, C étant le centre de la Terre, et CP étant supposée connue (fig. 2). On peut donc connaître « géométriquement la quantité de réfraction & tracer géométriquement la Solaire [77] ».

Reste la question de la connaissance de la valeur de la puissance *m*, essentielle pour la construction des tables des réfractions astronomiques. Bouguer a pour projet de proposer à nouveau une méthode générale, après avoir considéré le cas particulier déjà envisagé précédemment [78] pour lequel *m* a une valeur unitaire, ce qui revient à supposer que « les dilatations des différentes couches de l'Atmosphère soient proportionnelles à leurs distances au centre de la terre [79] », et qui conduit à retrouver pour la solaire une courbe logarithmique. Il utilise ici une autre méthode de l'analyse, déjà présente chez Taylor, et chez Newton, qui avait précédé ce dernier, la méthode des séries, qui lui permet, moyennant un choix convenable de nouvelles variables, d'intégrer l'équation différentielle précédente, et d'obtenir ainsi une expression de la quantité de réfraction astronomique dépendant à la fois de la hauteur totale de l'atmosphère, et de la puissance *m* précédemment introduite.

76 - Cf. Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 51, et *HARS* 1749 (1753).

77 - *Ibid.*, 52. Comme l'écrit l'académicien Mathieu, dans la « Note de l'Éditeur sur les réfractions » située en fin de *L'Astronomie au XVIIIe siècle*, de Jean-Baptiste Delambre : « Bouguer construit l'intégrale sur sa figure. » (Mathieu, *op. cit. in* n. 6, 778.)

78 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, paragraphe XLII.

79 - *Ibid.*, 52.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

L'ignorance quant à ces deux grandeurs lui impose l'utilisation de la méthode des retours des suites, qu'il a probablement connue grâce au père Reyneau, et dont Jean Le Rond D'Alembert évoquera le travail dans l'*Encyclopédie* :

> « On a l'expression d'une quantité, comme *x*, par une suite composée de constantes & d'une autre quantité *y* ; il s'agit de tirer de cette première suite, une autre suite qui exprime la valeur de *y* en *x* & en constantes […]. Il s'agit de trouver une valeur de *y*, exprimée par une suite qui ne renferme que *x* ; la méthode pour résoudre ce problème est expliquée dans le septième livre de l'analyse démontrée du P. Reyneau [80]. »

Reyneau explicite effectivement en détail différentes méthodes que Bouguer utilise – méthode de retour des suites, de rectification des courbes, de quadrature –, et plus généralement l'«usage de l'Analyse dans la résolution des Problèmes de la Géométrie et des Sciences Physico-Mathématiques, en employant le calcul différentiel [81] ». Dans un corollaire à *L'Analyse démontrée*, il donne la méthode « qui contient ce qu'on appelle retour des suites, ou la manière de trouver la suite inverse d'une suite donnée [82] ».

La détermination de *m* peut se faire en adaptant cette loi aux observations : Bouguer propose de prendre comme « observations exactes, la réfraction astronomique pour deux hauteurs différentes apparentes […]. Nous supposons d'abord pour une plus grande facilité que la réfraction horizontale est une des deux que nous connaissons [83] ». On peut remarquer que ce choix de Bouguer, important parce qu'il sera déterminant dans l'estimation de la valeur de la puissance *m*, peut sembler malheureux, puisqu'on sait, comme d'ailleurs Joseph-Jérôme Lefrançais de Lalande le remarquera plus tard dans la *Connaissance des temps*, qu'« à des hauteurs plus petites que six degrés, les vents, les vapeurs, les nuages, les fumées, y jettent probablement une grande complication [84] ». Le choix de la seconde valeur pour la réfraction, à savoir celle « qui appartient

80 - Jean Le Rond D'Alembert, *Encyclopédie de Diderot et D'Alembert* (Paris, 1765), article « Retour des suites ».
81 - Reyneau, *op. cit. in* n. 17, t. 2, livre VII, 630. C'est le titre de la seconde partie.
82 - *Ibid.*, livre VII, section IV, corollaire I, p. 436.
83 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 54.
84 - Joseph-Jérôme Lefrançais de Lalande, *Connaissance des temps* (1765), 196.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

au 26e degré de hauteur, & qu'on a fixée à 2′12′′, en se conformant aux tables de M. de La Hire [85] » sera également discutée au XIXe siècle : la table de réfraction « donne des valeurs trop fortes, parce que d'après La Hire, il a pris pour 26° de hauteur la réfraction 2′12′′ qui est trop grande d'une douzaine de secondes [86] ». Néanmoins, cela permet à Bouguer d'élaborer finalement une méthode géométrique permettant d'obtenir des valeurs de la réfraction astronomique d'une part, de la puissance $m = 0{,}13$ d'autre part, et d'établir ainsi, grâce à sa maîtrise du calcul différentiel et intégral, les tables des réfractions astronomiques.

Trois raisons justifient, selon Bouguer, l'emploi d'une telle méthode pour établir les tables. La méthode employée est générale : contrairement à d'autres savants, c'est en envisageant une infinité de solutions possibles, grâce à l'introduction de la puissance *m*, qu'il a pu trouver une valeur adaptée. Il a choisi « non pas entre quatre ou cinq hypothèses, mais entre une infinité [87] ». De plus, la solution trouvée est en adéquation avec les observations : « [Nos calculs] s'accordent assez exactement avec les observations des plus sçavans [88]. » Enfin, la comparaison avec les tables de Jean-Dominique Cassini conduit à conclure à la supériorité de la sienne :

> « L'hypothèse ancienne ne représente pas bien la progression des réfractions ; & c'est aussi ce qu'a observé feu M. de La Hire. Mais si on examine la nouvelle table que nous donnons ici, on reconnaîtra que cette progression y est beaucoup mieux observée [89]. »

Dans le second chapitre du *Mémoire* intitulé « De l'inclinaison de l'horizon visuel », Bouguer s'intéresse à une autre correction à faire dans l'évaluation de la hauteur d'un astre :

85 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 57.
86 - Cf. Mathieu, *op. cit. in* n. 6, 779. De nos jours encore, la valeur de cette réfraction horizontale est extrêmement imprécise, puisque les valeurs données par les tables, outre qu'elles dépendent d'une multiplicité de facteurs (température, pression, longueur d'onde, etc.) varient entre 33,5′ et 36,5′. Ainsi, dans l'*Annuaire* du Bureau des longitudes de 2006, c'est la valeur trouvée par Radau – Rodolphe Radau, *Recherches sur la théorie des réfractions astronomiques* (Paris : Gauthier-Villars, 1882) –, de 36′36 ′′, qui est indiquée ; les *Éphémérides nautiques* de 2007 indiquent 34′.
87 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 61.
88 - *Ibid*.
89 - *Ibid.*, 62.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

> « Lorsqu'on est élevé au-dessus de la Mer, & qu'on regarde son extrémité apparente, le raïon visuel n'est pas de niveau, il est incliné du côté de la Mer ; & il est plus ou moins incliné, selon qu'on est plus ou moins élevé. Or cette inclinaison doit altérer la hauteur des Astres ; puisque la hauteur n'est autre chose que l'angle formé par le raïon de l'Astre & par une ligne parfaitement horizontale ; & qu'au lieu de cette dernière ligne on en emploie une qui est inclinée [90]. »

De plus, à cette évaluation erronée de cette ligne horizontale, s'ajoute ici aussi une réfraction atmosphérique qu'il faut prendre en compte dans l'élaboration des tables de réfraction : les rayons venant de l'horizon décrivent en effet eux-mêmes, non pas une droite, mais une courbe analogue à la solaire précédente, à preuve le fait que ce phénomène, selon Bouguer, expliquerait la différence entre ce qu'il a trouvé précédemment de manière théorique, et les résultats des observations que Jean-Dominique Cassini avait faites en 1701 du haut d'une tour de Collioure [91]. Pour ce faire, Bouguer reprend les mêmes raisonnements que précédemment. Il ne parvient cependant pas à conclure vraiment ; la raison est due, selon lui, au fait que « les réfractions sont sujettes à plusieurs irrégularités, tant à cause de la différente quantité de vapeurs qui se soutiennent dans la partie basse de l'Atmosphère, que parce que la masse même de l'air est sujette à changer de hauteur [92] ». Cette question sera en fait examinée plus précisément dans deux mémoires qui seront publiés en 1737 [93] et 1748 [94].

Perspectives

Après les travaux de Taylor de 1715, puis de Bouguer de 1729, d'autres recherches verront le jour. Ce dernier publiera donc deux mémoires sur le sujet en 1737 et en 1748 en s'appuyant sur des observations qu'il fera dans la « zone torride », c'est-à-dire à l'île de Saint-Domingue, au Pérou, puis dans la région de

90 - Bouguer, *op. cit. in* n. 1, 63.
91 - *Ibid.*, 66.
92 - *Ibid.*, 72.
93 - Pierre Bouguer, Sur les réfractions atmosphériques en zone torride, *MARS* 1739 (1741).
94 - Pierre Bouguer, Second mémoire sur les réfractions astronomiques, observées dans la zone torride : Avec diverses remarques sur la manière de construire les tables, *MARS* 1748 (1753).

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Quito, à l'époque sous l'autorité du vice-royaume du Pérou, aujourd'hui en Équateur. Il tiendra à souligner sa différence avec Taylor : celui-ci a certes également suivi une « marche analytique », mais, néanmoins, « il se pourrait faire que la manière dont [il a] envisagé ce sujet fût plus propre à en aplanir toutes les difficultés, & à [les] conduire plus loin [95] ».

L'objet du mémoire de 1737 est de montrer qu'il y a adéquation entre les observations des réfractions en bord de mer ou en altitude avec les considérations théoriques exposées dans la pièce de 1729. L'organisation de ce mémoire est en revanche différente de celle de cette pièce de 1729, car ce mémoire est celui d'un observateur qui tente, en mettant en avant avec insistance ses qualités d'expérimentateur, de rendre compte de ses observations à la lumière de la théorie précédemment élaborée. La procédure est donc déductive, et les observations ne sont mentionnées que pour justifier le bien-fondé de la théorie. De plus, Bouguer tente de se démarquer de ses prédécesseurs : il revendique ainsi la primeur de la mise en évidence de la décroissance de la réfraction astronomique avec l'altitude ; il conteste le fait que Jacques Cassini ait « supposé que la courbure que souffrait chaque rayon de lumière en traversant l'atmosphère, ne se faisait que dans un seul point [...], & que les rayons suivaient exactement la ligne droite dans tout le reste de leur trajet [96] ». De cette opposition entre Bouguer et Jacques Cassini, D'Alembert écrira : « Les premières *tables* qu'on peut mettre au nombre des nouvelles sont celles de Bouguer qui contredit l'opinion où étaient MM. Cassini & Rømer, que les réfractions étoient plus grandes dans les lieux plus élevés [97]. » Bouguer proposera à la fin de son mémoire deux tables de réfraction, l'une au niveau de la mer, l'autre pour la région de Quito. Les résultats de ses observations ne le satisferont qu'en partie, puisque, sur le manuscrit de la première des tables, on peut lire une note écrite de sa main : « Je crois que toutes ces réfractions sont trop petites, au moins d'une douzième partie et qu'il faut les corriger comme j'ai commencé à le faire [98]. »

95 - Bouguer, *op. cit. in* n. 94, 84.
96 - En réalité, Jacques Cassini n'avait envisagé qu'un moment cette hypothèse parmi d'autres, et, après discussion, l'avait rejetée. Jacques Cassini, art. cit. *in* n. 42, 51.
97 - D'Alembert, *op. cit. in* n. 80, article « Tables », chapitre 10.
98 - Dossier Bouguer, Observatoire de Paris, ms. 147-148 (C : 7-8).

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Avant la parution du second mémoire en 1748, plusieurs autres recherches sont publiées, notamment en Angleterre. Elles ont en commun de se situer dans la filiation des travaux de Newton et, contrairement aux travaux de Bouguer, s'appuient sur le concept de force de gravité (force centrale) dans les développements théoriques. Ce n'est que dans une seconde partie du raisonnement qu'intervient une discussion sur le choix d'une loi de variation de la densité en accord à la fois avec la théorie et les observations. Cette approche finira par perdurer dans les tables élaborées par Thomas Simpson [99] en 1743 et Bradley [100]. On trouvera ainsi la même démarche influencée par les idées de Newton plus tard, lorsque Pierre-Simon Laplace travaillera sur le sujet [101]. Celle-ci conduira à une expression de la réfraction, qui sera alors communément acceptée.

Les tables de réfraction élaborées par Bouguer seront donc peu utilisées ; un examen de la collection de la *Connaissance des temps* nous le montre. En effet, de 1730 à 1760, c'est-à-dire au moment où Louis Godin (1730-1734), puis Jean-Dominique Maraldi (1734-1759) étaient responsables de la publication, il était précisé que « les calculs ont été faits suivant les Tables de Cassini [102] », et aucune référence n'apparaissait quant à l'existence d'autres tables ; dans le volume pour l'année 1760, dont Lalande a la responsabilité, on assiste à une réorganisation profonde de cette publication : pour ce qui concerne la réfraction astronomique, de nouvelles tables apparaissent, et Lalande, en introduction, justifie l'ajout de la table de Nicolas-Louis de La Caille [103] à celle de Jean-Dominique Cassini. En 1765, nous voyons quatre tables : celle de « M. Cassini et M. l'Abbé de La Caille », celle des « observations de M. Bradley », celle de Maskalyne, et également – ce sera la seule fois – la table de Bouguer de 1748 [104] ; en 1766, n'apparaît que la table de

99 - Thomas Simpson, *Dissertations on a variety of physical and analytical subjects* (London, 1743).

100 - Ces tables ont été élaborées entre 1746 et 1752.

101 - Pierre-Simon Laplace, *Œuvres complètes* (Paris : Gauthier-Villars, 1878-1912), t. 4, livre X, chapitre premier « Des réfractions astronomiques », 233 *sq*.

102 - Il s'agit des tables de Jean-Dominique Cassini, améliorées par son fils Jacques. On peut remarquer les liens très étroits, à la fois scientifiques et familiaux, qui unissaient Jacques Cassini à son oncle Maraldi (1709-1788), puisque c'était ce dernier qui assurait la poursuite des observations réalisées à l'Observatoire, lors des fréquents voyages de Jacques Cassini.

103 - Celui-ci avait étudié les influences respectives de la pression et de la température sur l'observation des réfractions atmosphériques (cf. article « Tables », dans l'*Encyclopédie* de 1765).

104 - Cf. Bouguer, art. cit. *in* n. 94, 38.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)

Bradley et La Caille ; et, de 1767 à 1770, on ne verra plus que la table de Bradley. Il n'empêche, malgré cette orientation choisie, Lalande écrira dans l'*Astronomie* : « Nous ne pouvons nous dispenser de supposer ici la connoissance du calcul différentiel [105]. » Taylor en Angleterre, Bouguer en France, ont été précurseurs en la matière.

105 - Jérôme de Lalande, *Astronomie* (Paris : Dessaint-Saillant, 1764), t. 2, livre douzième « Des réfractions astronomiques », art. 1722, 805-830.

© Armand Colin | Téléchargé le 26/11/2022 sur www.cairn.info (IP: 77.134.82.101)